AMERICAN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY BULLETIN
ISSN: 2996-511X (online) | ResearchBib (IF) = 9.512 IMPACT FACTOR
Volume-3| Issue-11| 2025 Published: |30-12-2025|

UDK: 517.95

ELLIPTIK-GIPERBOLIK TENGLAMA UCHUN TIP O'ZGARISH CHIZIG'IDA ULASH SHARTI UZULISHGA EGA BO'LGAN MASALANING BIR QIYMATLI YECHIMI HAQIDA

https://doi.org/10.5281/zenodo.18184846

Nishonova Shaxnozaxon Toxirjon qizi
Farg'ona davlat universiteti
matematik analiz va differensial tenglamalar kafedrasi dotsenti
shahnozanishonova910@gmail.com +998916728377
ORCID ID 0000-001-6799-5696
Sodiqova Mohlaroyim Sidiq qizi
Farg'ona davlat universiteti magistranti
sodiqovamoharoyim11@gmail.com +998907871317
ORCID ID 009-0008-2396-524X

ОБ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ С РАЗРЫВНЫМ УСЛОВИЕМ СОПРЯЖЕНИЯ НА ЛИНИИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА ДЛЯ ЭЛЛИПТИКО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

ON THE UNIQUENESS OF THE SOLUTION TO A PROBLEM WITH A DISCONTINUOUS GLUING CONDITION ON THE TYPE-CHANGING LINE FOR AN ELLIPTIC–HYPERBOLIC EQUATION

Annotatsiya

Ushbu maqolada elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun bir chegaraviy masalaning bir qiymatli yechimi o'rganilgan. Tadqiqotning maqsadi berilgan aralash tipdagi tenglama uchun yechimning mavjudligi va yagonaligini ko'rsatishdan iborat. Masala yechimining yagonaligi integral energiyalar usulida, mavjudligi esa integral tenglamalar nazariyasi yordamida yechilgan.

Аннотация

В данной статье исследовано единственное решение краевой задачи для дифференциального уравнения эллиптико-гиперболического типа. Цель исследования заключается в доказательстве существования и единственности решения для данного уравнения смешанного типа. Единственность решения доказывается с применением метода интегральных энергий, тогда как существование решения обосновывается посредством методов теории интегральных уравнений.

Abstract

In this paper, the unique solution of a boundary value problem for a differential equation of elliptic-hyperbolic type is studied. The purpose of the research is to demonstrate the existence and uniqueness of the solution for the given mixed-type equation. The uniqueness of the solution is proved by employing the integral energy method, whereas the existence is justified using techniques from the theory of integral equations.

Kalit so‘zlar: Gauss-Ostragradskiy formulasi, Grin funksiyasi, Fredgolm integral tenglamasi va xossalari, Bessel funksiyasi.

Ключевые слова: формула Гаусса–Остроградского, функция Грина, интегральное уравнение Фредгольма и его свойства, функция Бесселя.

Key words: Gauss-Ostrogradsky formula, Green’s function , Fredholm integral equation and its properties, Bessel function.

Ushbu maqolada elliptik-giperbolik tipdagi tenglamaning elliptik va giperbolik sohalarida chegaraviy shart hamda tip o‘zgarish chizig‘iga $u_y(x,+0)=-u_y(x,-0)+\beta(x)$ uzlukli ulash sharti berilib, bu boshqa ishlardan farqlidir.

Bu masalada tip o‘zgarish chizig‘i xarakteristikaligi bilan muhim ahamiyatga ega. Bunday shartli masala birinchi bo‘lib ushbu maqolada o‘rganilgan.

Tadqiqot natijalari shuni ko‘rsatadiki, elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun chegaraviy masalaning yagona yechimi mavjud ekanligini ko‘rsatish uchun maslani integral tenglamaga keltirish, yadro funksiyasining uzluksizligi va chegaralanganligini isbotlash va Fredgolm alternativasidan foydalanish aniq va ishonchli natija beradi.

xOy tekisligida $\Omega=\Omega_0\cup AB\cup\Omega_1$ sohani qaraylik. Bu yerda $\Omega_0=\{(x,y):x^2+y^2<1,\ y>0\}$, $AB=\{(x,y):-1<x<1, y=0\}$, $\Omega_1=\{(x,y):-1<x<1,\ -h<y<0\}$, $h=const>0$. **D_1 masala.** Ω sohada quyidagi masalani o‘rganamiz:

Shunday $u(x,y)$ funksiya topilsinki, u Ω sohada ushbu

$$0=\begin{cases} Lu\equiv u_{xx}+u_{yy}, & (x,y)\in\Omega_0, \\ Eu\equiv u_{xy}+\lambda u, & (x,y)\in\Omega_1 \end{cases} \tag{1}$$

tenglamani va quyidagi shartlarni qanoatlantirsin:

AMERICAN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY BULLETIN
ISSN: 2996-511X (online) | ResearchBib (IF) = 9.512 IMPACT FACTOR
Volume-3| Issue-11| 2025 Published: |30-12-2025|

1) $u(x,y)\in C(\overline{\Omega})$, $u_{xy}\in C(\Omega_1)$, $u_{xx},u_{yy}\in C(\Omega_0)$;

2) $u(x,y)\big|_{\sigma}=\psi(x,y)$, (2)

$u(-1,y)=\varphi(y)$, (3)

$u_y(x,+0)=-u_y(x,-0)+\beta(x)$. (4)

Bu yerda $\beta(x)$, $\varphi(y)$ va $\psi(x,y)$ berilgan yetarlicha silliq funksiyalar, $\sigma=\{(x,y):x^2+y^2=1, y\geq 0\}$.

Quyidagi belgilashlarni kiritaylik:

$u(x,0)=\tau(x),\ -1\leq x\leq 1,$ (5)

$u_y(x,0)=\nu(x), -1\leq x\leq 1.$ (6)

1-teorema. Agar $\lambda>0$ boʻlsa, D_1 masala bittadan ortiq yechimga ega boʻlmaydi.

Isbot. Faraz qilaylik, masalaning yechimi ikkita boʻlsin va ularning ayirmasini $u(x,y)=u_1(x,y)-u_2(x,y)$ orqali belgilaylik, u holda $\psi(x,y)\equiv\varphi(y)\equiv 0$ boʻladi. Ω_0 sohada $u(x,y)$ funksiya tenglamaning yechimi ekanligidan foydalanib, $u(x,y)$ funksiyani (1) tenglamaga koʻpaytirib, quyidagi divergent koʻrinishga keltirib olamiz:

$$\iint_D\left[u_x^2+u_y^2\right]dxdy=\iint_D\left[\left(u_xu\right)_x+\left(u_yu\right)_y\right]dxdy. \qquad (7)$$

(7) tenglamada Grin-Ostragradskiy formulasidan foydalanib, soha boʻyicha integralni soha chegara boʻyicha integralga oʻtkazib, (5), (6) berilganlarni e'tiborga olsak, ushbu

$$\iint_D(u_x^2+u_y^2)dxdy+\int_{-1}^{1}\tau(x)\nu(x)dx=0 \qquad (8)$$

tenglikni hosil qilamiz.

Ma'lumki, Ω_1 sohada $u_{xy}+\lambda u=0$ tenglamaning $u(x,0)=\tau(x)$ va $u(0,y)=\varphi(y)$ shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi [1] ushbu

$$u^-(x,y)=\tau(x)+\varphi(y)-\varphi(0)\bar{J}_0\left[2\sqrt{\lambda y(x+1)}\right]-$$
$$-\lambda y\int_{-1}^{x}\tau(\xi)\bar{J}_1\left[2\sqrt{\lambda y(x-\xi)}\right]d\xi+\lambda(x+1)\int_0^y\varphi(\eta)\bar{J}_1\left[2\sqrt{\lambda(x+1)(y-\eta)}\right]d\eta \qquad (9)$$

koʻrinishda boʻladi. (9) dan y boʻyicha hosila olib, quyidagi

AMERICAN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY BULLETIN
ISSN: 2996-511X (online) | ResearchBib (IF) = 9.512 IMPACT FACTOR
Volume-3| Issue-11| 2025 Published: |30-12-2025|

$$u_y^-(x,y)=\varphi'(y)+\lambda\varphi(0)(x+1)\bar{J}_1\left[2\sqrt{\lambda y(x+1)}\right]-\lambda\int_{-1}^{x}\tau(\xi)\bar{J}_0\left[2\sqrt{\lambda y(x-\xi)}\right]d\xi-$$
$$-\lambda(x+1)\varphi(y)+\frac{\lambda^2(x+1)^2}{2}\int_0^y\varphi(\eta)\bar{J}_2\left[2\sqrt{\lambda(x+1)(y-\eta)}\right]d\eta$$

tenglikni hosil qilamiz. (6) belgilashdan foydalanib, hamda $y\to 0$ da hisoblab, soddalashtirsak Ω_1 sohadan ushbu

$$\nu(x)=\lambda\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi-\varphi'(0) \qquad (10)$$

funksional munosabatni olamiz. Endi $\varphi(y)\equiv 0$ ekanligidan esa

$$\nu(x)=\lambda\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi \qquad (10^*)$$

tenglik kelib chiqadi.

Endi (10*) tenglikdan foydalanib, quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\int_{-1}^{1}\tau(x)\nu(x)dx=\lambda\int_{-1}^{1}\tau(x)dx\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi\,.$$

Ushbu

$$\tau(x)\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi=\frac{1}{2}\frac{d}{dx}\left(\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi\right)^2$$

tenglikni e'tiborga olsak, oxirgi tenglikdan quyidagiga ega bo'lamiz:

$$\int_{-1}^{1}\tau(x)\nu(x)dx=\frac{\lambda}{2}\int_{-1}^{1}\frac{d}{dx}\left[\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi\right]^2dx=\frac{\lambda}{2}\left[\int_{-1}^{1}\tau(\xi)d\xi\right]^2 \qquad (11)$$

(11) tenglikka asosan, (8) ifoda ushbu

$$\iint_D(u_x^2+u_y^2)dxdy+\frac{\lambda}{2}\left[\int_{-1}^{1}\tau(\xi)d\xi\right]^2=0 \qquad (12)$$

ko'rinishni oladi.

$\lambda>0$ bo'lganda $\frac{\lambda}{2}\left[\int_{-1}^{1}\tau(\xi)d\xi\right]^2=0$ ifoda musbat bo'ladi. Buni inobatga olsak (12) tenglikdan $u_x=0$ va $u_y=0$ ekanligi kelib chiqadi. Demak, Ω_0 sohada $u(x,y)$ funksiya o'zgarmas ekan. $\overline{\Omega}_0$ sohada $u(x,y)\big|_\sigma=0$ va $u(x,y)\in C\left(\overline{\Omega}_0\right)$ ekanligidan $u(x,y)\equiv 0$, $(x,y)\in(\overline{\Omega}_0)$ bo'ladi. Ω_1 sohada esa Gursa masalasining yechimi yagona

AMERICAN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY BULLETIN
ISSN: 2996-511X (online) | ResearchBib (IF) = 9.512 IMPACT FACTOR
Volume-3| Issue-11| 2025 Published: |30-12-2025|

ekanligidan va $\tau(x)=0$ bo‘lishidan $u(x,y)\equiv 0,\ (x,y)\in(\bar{\Omega}_1)$ bo‘ladi. Bundan esa masala yechimi Ω sohada mavjud bo‘lsa, u yagona ekanligi kelib chiqadi.

D_1 masala yechimining mavjudligi. Ma’lumki, Ω_0 sohada Laplas tenglamasining (2) va (6) shartlarni qanoatlantiruvchi yechimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi [2]:

$$u^+(x,y)=\int_{-1}^{1}\nu(\xi)G(\xi,0;x,y)d\xi-\int_{\bar{\sigma}}\psi(\xi,\eta)\frac{\partial}{\partial n}G(\xi,\eta;x,0)ds. \qquad (13)$$

(13)$-$ (1) tenglamaning Ω_0 sohada (2) shartni qanoatlantiruvchi yechimi formulasidir. Bu yerda $s-\sigma_0$ egri chiziq yoyi uzunligi, $n-$ ichki normal, $G(\xi,\eta;x,y)$ esa Grin funksiyasi. (13) tenglikda $y\to+0$ da limitga o‘tib, va $\lim\limits_{y\to+0}u^+(x,y)=\tau(x)$ tenglikdan foydalanib, quyidagi ifodani topamiz:

$$\tau(x)=\int_{-1}^{1}\nu(\xi)G(\xi,0;x,0)d\xi+\varphi_1(x), \qquad (14)$$

bu yerda $\varphi_1(x)=-\int_{\bar{\sigma}}\psi(\xi,\eta)\frac{\partial}{\partial n}G(\xi,\eta;x,0)ds\Big|_{y=0}$.

(14) tenglikda $G(\xi,0;x,0)$ Grin funksiyasini hisoblab, Ω_0 sohada $\tau(x)$ va $\nu(x)$funksiyalar orasidagi

$$\tau(x)=\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\left[\ln|x-t|-\ln(1-xt)\right]\nu(t)dt+\varphi_1(x) \qquad (15)$$

funksional munosabatni olamiz.

Endi (4) shartdan foydalanib topilgan Ω_1 sohadagi $\tau(x)$, $\nu(x)$funksiyalar orasidagi ushbu

$$\nu(x)=\lambda\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi-\varphi'(0)+\beta(x)$$

funksional munosabatni hisobga olib, quyidagi tenglikka ega bo‘lamiz:

$$\tau(x)=\frac{\lambda}{\pi}\int_{-1}^{1}\left[\ln|x-t|-\ln(1-xt)\right]\left[\lambda\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi-\varphi'(0)+\beta(x)\right]dt+\varphi_1(x). \qquad (16)$$

(16) ifodada integrallash tartibini almashtirib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\tau(x)-\frac{\lambda}{\pi}\int_{-1}^{x}\tau(\xi)d\xi\int_{\xi}^{1}\left[\ln|x-t|-\ln(1-xt)\right]dt=\varphi_2(x), \qquad (17)$$

bu yerda $\varphi_2(x) = \dfrac{\left[\beta(x) - \varphi'(0)\right]}{\pi} \int\limits_{-1}^{1} \left[\ln|x-t| - \ln(1-xt)\right] dt + \varphi_1(x)$.

(17) - Fredgolm integral tenglamasi bo'lib, uning yadrosi

$$K(x,\xi) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{\xi}^{1} \left[\ln|x-t| - \ln(1-xt)\right] dt$$

ko'rinishda aniqlanadi. Uni quyidagi ko'rinishda yozib olamiz

$$K(x,\xi) = \frac{1}{\pi} \left[\int\limits_{\xi}^{x} \ln(x-t)\,dt + \int\limits_{x}^{1} \ln(t-x)\,dt - \int\limits_{\xi}^{1} \ln(1-xt)\,dt \right].$$

$K(x,\xi)$ yadroning ko'rinishini soddalashtiraylik. Dastlab, $\int\limits_{\xi}^{x} \ln(x-t)\,dt$ integralni qarab, $x-t=s$ belgilash kiritamiz va $\lim\limits_{s\to 0} s\ln s = 0$ tenglikni inobatga olib, ushbu

$$\int\limits_{0}^{x-\xi} \ln s\,ds = \left(s\ln s - s\right)\Big|_{0}^{x-\xi} = (x-\xi)\ln(x-\xi) - (x-\xi)$$

tenglikka ega bo'lamiz.

$\int\limits_{x}^{1} \ln(t-x)\,dt$ integral uchun $t-x=s$ almashtirish bajarib, quyidagi

$$\int\limits_{0}^{1-x} \ln s\,ds = \left(s\ln s - s\right)\Big|_{0}^{1-x} = (1-x)\ln(1-x) - (1-x)$$

ifodaga ega bo'lamiz.

$\int\limits_{\xi}^{1} \ln(1-xt)\,dt$ integralda $1-xt=s$ deb belgilaymiz, so'ng

$$\frac{1}{x} \int\limits_{1-x\xi}^{1-x} \ln s\,ds = \left(s\ln s - s\right)\Big|_{1-x\xi}^{1-x} = \frac{(1-x)}{x}\ln(1-x) - \frac{(1-x)}{x} - \frac{(1-x\xi)}{x}\ln(1-x\xi) + \frac{(1-x\xi)}{x}$$

tenglikka ega bo'lamiz.

Demak, $K(x,\xi)$ yadro quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K(x,\xi) = \frac{1}{\pi}\Big[(x-\xi)\ln(x-\xi) - (x-\xi) + (1-x)\ln(1-x) - (1-x) +$$
$$+ \frac{(1-x)}{x}\ln(1-x) - \frac{(1-x)}{x} - \frac{(1-x\xi)}{x}\ln(1-x\xi) + \frac{(1-x\xi)}{x}\Big]. \qquad (18)$$

AMERICAN JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY BULLETIN
ISSN: 2996-511X (online) | ResearchBib (IF) = 9.512 IMPACT FACTOR
Volume-3| Issue-11| 2025 Published: |30-12-2025|

$K(x,\xi)$ ifodada $\frac{1}{x}$ ko'paytuvchi ishtirok etgan ifoda $x=0$ nuqtada aniqlanmagan bo'lishi mumkin. Biroq, $-1\le x\le 1$, $-1\le \xi \le 1$ ekanligini hisobga olib, $x\to 0$ da $\frac{1}{x}\left(\ln(1-x)-\ln(1-x\xi)\right)=\frac{1}{x}\ln\left(\frac{1-x}{1-x\xi}\right)$ ifodaning limitini tahlil qilamiz.

Endi, ushbu

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1-x)-\ln(1-x\xi)}{x}$$

limitni hisoblashda Lopital qoidasini qo'llab, limitni nol ekanligini topamiz.

$x=\xi$ nuqtada $K(x,\xi)$ yadrodagi $(x-\xi)\ln(x-\xi)$ ifoda aniqlanmagan bo'lishi mumkin. Shuning uchun $\lim\limits_{x\to\xi}(x-\xi)\ln(x-\xi)$ ni tekshiramiz. $\lim\limits_{s\to 0} s\ln s=0$ ekanligidan $\lim\limits_{x\to\xi}(x-\xi)\ln(x-\xi)=0$ ekanligini topamiz.

$x=1$ nuqtada ham $K(x,\xi)$ yadrodagi $(1-x)\ln(1-x)$ ifoda uchun xuddi yuqoridagi kabi ishlar bajariladi va ifodaning limiti nolga teng bo'ladi.

Demak, $K(x,\xi)$ yadroning barcha hadlari $x\in[-1,1]$, $\xi\in[-1,1]$ da uzluksiz va chegaralangan.

Shunday qilib, berilgan masala uchun integral tenglama quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\tau(x)-\frac{\lambda}{\pi}\int_{-1}^{1}K(x,\xi)\tau(\xi)d\xi=\varphi_2(x). \qquad (19)$$

Agar (19) tenglamada $\frac{|\lambda|}{\pi}<\frac{1}{M}$ bo'lsa, yagona $\tau(x)$ yechimi mavjud bo'ladi. Bizdagi $K(x,\xi)$ funksiyaning $-1\le x\le 1$, $-1\le\xi\le 1$ oraliqdagi $\max\left|K(x,\xi)\right|=2$ ekanligidan, $|\lambda|<\frac{\pi}{2}$ bo'ladi.

(19) ga mos bir jinsli integral tenglamaga faqat trivial yechimga ega bo'lgan bir jinsli

$$\begin{aligned} &u(x,y)\big|_{\sigma}=0\\ &u(-1,y)=0 \end{aligned} \qquad (20)$$

masala mos keladi. Ular ekvivalent bo'lganligi uchun (19) ga mos bir jinsli integral tenglama ham faqat trivial yechimga ega bo'ladi. Unda Fredgolm alternativasiga asosan (19) bir jinsli bo'lmagan integral tenglama yagona yechimga ega bo'ladi.

Endi $\varphi(\xi,\eta)=\eta^{\alpha}\varphi_0(\xi,\eta)$ tenglikga koʻra, $\varphi_1(x)$ funksiyani

$$\varphi_1(x)=\frac{1}{\pi}(1-x^2)\int_{-1}^{1}\frac{(1-\xi^2)^{(\alpha-1)/2}\,\bar{\varphi}_0(\xi)d\xi}{x^2-2x\xi+1} \tag{21}$$

koʻrinishda boʻladi, bu yerda $\bar{\varphi}_0(\xi)=\psi_0\left(\xi,\sqrt{1-\xi^2}\right)$.

Bu funksiyaning $(-1{,}1)$ oraliq hamda uning chetki nuqtalaridagi xossalarini keltiramiz. (21) tenglikdan $\varphi_1(x)$ funksiya $x\in(-1{,}1)$ oraliqda ixtiyoriy tartibli uzluksiz hosilalarga ega ega va $x\to 1$ va $x\to -1$ da bir xil koʻrinishda boʻladi. Shuning uchun $x\to 1$ da oʻrganish kifoya.

Shu sababli (21) tenglikdagi $(-1{,}1)$ oraliqda $\xi=-1+2\zeta$ almashtirish bajariladi va $\varphi_1(x)$ funksiyani quyidagicha

$$\varphi_1(x)=\frac{1}{\pi}2^{\alpha}\frac{1-x}{1+x}\int_0^1[\zeta(1-\zeta)]^{(\alpha-1)/2}\left[1-\frac{4x}{(1+x)^2}\zeta\right]^{-1}\Phi(\zeta)d\zeta,$$

yozish mumkin. Bu yerda $\Phi(\zeta)=\bar{\varphi}_0(-1+2\zeta)$.

Bu ifodani x boʻyicha differensiallab, soʻngra oʻrta qiymat haqidagi teoremani qoʻllaymiz va quyidagi koʻrinishda yozib olamiz:

$$\varphi_1'(x)=-\frac{1}{\pi}2^{\alpha+1}(1+x)^{-2}\Phi(\zeta_1)\int_0^1[\zeta(1-\zeta)]^{(\alpha-1)/2}\left[1-\frac{4x}{(1+x)^2}\zeta\right]^{-1}d\zeta+$$

$$+\frac{1}{\pi}2^{\alpha+2}(1-x)^2(1+x)^{-4}\Phi(\zeta_2)\int_0^1\zeta^{(\alpha+1)/2}(1-\zeta)^{(\alpha-1)/2}\left[1-\frac{4x}{(1+x)^2}\zeta\right]^{-2}d\zeta$$

bu yerda ζ_1, ζ_2- $(0{,}1)$ oraliqdagi tayin sonlar.

$F(a,b,c;x)$ Gaussning gipergeometrik funksiyasidan foydalanib

$$F(a,b,c;x)=\frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)}\int_0^1 t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}(1-xt)^{-a}dt$$

$\varphi_1'(x)$ni quyidagi koʻrinishda yozib olamiz:

$$\begin{aligned}\varphi_1'(x)=&-\frac{1}{\pi}2^{\alpha+1}\Phi(\zeta_1)\frac{\Gamma^2[(\alpha+1)/2]}{\Gamma(\alpha+1)}(1+x)^{-2}\times\\&\times F\left((\alpha+1)/2,1,\alpha+1;\frac{4x}{(1+x)^2}\right)+\\&+\frac{1}{\pi}2^{\alpha+2}\Phi(\zeta_2)\frac{\Gamma[(\alpha+3)/2]\Gamma[(\alpha+1)/2]}{\Gamma(\alpha+2)}(1-x)^2(1+x)^{-4}\times\\&\times F\left((\alpha+3)/2,2,\alpha+2;\frac{4x}{(1+x)^2}\right).\end{aligned} \tag{22}$$

$\alpha > 1$ bo‘lganligi uchun (22) ifodadagi birinchi qo‘shiluvchi $x \to 1$ da chegaralangan. $F(a,b,c;x)$ funksiya uchun avtotransformatsiya formulasidan foydalanib (22) ifodadagi ikkinchi qo‘shiluvchi ham $x \to 1$ da chegaralangan. Demak, $\varphi_1'(x)$funksiya $x \to 1$ da chegaralangan.

Yuqoridagi mulohazalardan kelib chiqadiki, $\varphi_1(x) \in C[-1,1] \cap C^{\infty}(-1,1)$ va $\varphi_1'(x)$ funksiya $x \to \pm 1$ da chegaralangan. Demak, ikkita uzluksiz funksiyaning yig‘indisi ham uzluksiz ekanligidan $\varphi_2(x) \in C[-1,1]$ bo‘ladi [2].

2-teorema. Agar $\psi(x,y) \in C^1(\bar{\Omega}_0) \cap C^2(\Omega_0)$, $\varphi(y) \in C^1[-1,0]$ va $\beta(x) \in C[-1,1]$ bo‘lsa, masala yechimi mavjud bo‘ladi.

XULOSA

Ushbu tadqiqotda elliptiko-giperbolik tipdagi tenglama uchun berilgan chegaraviy masala o‘rganildi. Masala Fredgolmning ikkinchi tur integral tenglamasiga keltirilib, integral tenglamaning yadrosi tahlil qilindi hamda masala yechimining mavjudligi va yagonaligi ko‘rsatildi. Olingan natijalar aralash tipdagi differensial tenglamalar nazariyasini yanada rivojlantirishda va fizik modellarni tahlil qilishda qo‘llanilishi mumkin.

ADABIYOTLAR RO‘YXATI:

1. М.С.Салохиддинов, А.Қ.Ўринов. Гиперболик типдаги бузиладиган дифференциал тенгламалар. – Фарғона давлат университети нашриёти, 2005. -176 бет.

2. М.С.Салохиддинов, А.Қ.Ўринов. Аралаш типдаги дифференциал тенгламалар. –Тошкент: “Университет” нашриёти, 2007. -283 бет.

3. А.Қ.Ўринов. Параболо-гиперболик типдаги дифференциал тенгламалар учун чегаравий масалалар. – Тошкент: “Наврўз” нашриёти, 2016. – 216 бет.

4. А.Қ.Ўринов. Махсус функциялар ва махсус операторлар: ўқув услубий қўлланма-Фарғона: “Фарғона” нашриёти, 2012. - 112 бет.

5. Salohiddinov M.S. Integral tenglamalar. -Toshkent, 2007.- 283 bet.

6. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно – составного типов. – Ташкент: Фан. 1979. -240с.

7. Абдукодиров А.Т. Краевые задачи для гиперболического уравнения с вырождением типа и порядка. Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Тошкент. 2006. – 21с.

8. Каримов К.Т. Внутренне – краевые задачи для уравнений смешанного типа с двумя сингулярными коэффициентами: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Ташкент. 2010. – 20с.

9. Нахушев А.М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференциальные уравнения. 1969. Т. 5. № 1. – С. 44-59.

10. Салахитдинов М.С., Мирсабуров М. Об одном аналоге задачи Бицадзе-Самарского для вырождающегося эллиптического уравнения // Сибирский математический журнал. 1999. Т.40. №1. -С. 177-182.

11. Уринов А.К., Каримов Ш.Т. Краевые задачи со смещением для вырождающегося гиперболического уравнения // Труды института математики и компьютерных технологий. Выпуск IV. - Ашгабат: Ылым. 1995. – С. 159-164.