

SFERIK KO'ZGULARNING FORMULASINI HISOBLASH

<https://doi.org/10.5281/zenodo.20456643>

Uzoqov Abdulla Abduraimovich¹
Adhamova Nozanin Nazirjonovna²,
Shonazarova Shaxina Ilhomovna²

*¹O'zbekiston milliy pedagogika universiteti, Toshkent 100070, O'zbekiston, dotsent,
f.-m.f.n.,*

*²O'zbekiston milliy pedagogika universiteti, Toshkent 100070, O'zbekiston, II kurs
talabasi,*

e-mail: uzoqov@gmail.com

Annotatsiya

Ushbu maqolasda sferik ko'zgularning formulasi, uning egrilik radiusi va fokusi orasidagi bog'lanish va sferik kozgularning chiziqli kattalashtirishi keltirib chiqarilgan. Shuningdek sferik ko'zgularda tasvir hosil qilish ko'rib o'tilgan.

Kalit so'zlar

Sferik ko'zgu, egrilik radiusi, fokus masofasi, chiziqli kattalashtirish, bosh optik o'q, ko'zguning qutbi, buyum, haqiqiy va mavhum tasvirlar.

Abstract

This article provides a derivation of the spherical mirror formula, the relationship between the radius of curvature and the focal length, and the linear magnification of spherical mirrors. Furthermore, it examines the principles of image formation in spherical mirrors.

Keywords

Spherical mirror, radius of curvature, focal length, linear magnification, principal optical axis, pole of the mirror, object, real and virtual images.

Аннотация

В данной статье выведена формула сферических зеркал, связь между радиусом кривизны и фокусом, а также линейное увеличение сферических зеркал. Кроме того, рассмотрено образование изображения в сферических зеркалах.

Ключевые слова

Сферическое зеркало, радиус кривизны, фокусное расстояние, линейное увеличение, главная оптическая ось, полюс зеркала, предмет, действительное и мнимое изображения.

KIRISH

Sferik ko'zgular optikaning muhim bo'limlaridan biri bo'lib, kundalik hayotimizdan tortib, murakkab kosmik teleskoplargacha bo'lgan sohalarda keng qo'llaniladi.

Yorug'likning qaytish qonuniyatlari faqat tekis yuzalar bilan cheklanib qolmaydi. Sirtining shakli sfera segmentidan iborat bo'lgan ko'zgular *sferik ko'zgular* deb ataladi. Tekis ko'zgulardan farqli o'laroq, sferik ko'zgular yorug'lik dastasini bir nuqtaga to'plashi yoki tarqatib yuborishi mumkin. Bu xususiyat ularni nafaqat maishiy hayotda, balki tibbiyot, avtomobilsozlik va astronomiya kabi yuqori texnologik sohalarda ajralmas vositaga aylantiradi.

Sferik ko'zgular ikki asosiy turga bo'linadi:

Botiq ko'zgu (Yig'uvchi): Sferaning ichki sirti yorug'likni qaytaradi. U nurlarni bir nuqtaga (fokusga) to'plash xususiyatiga ega.

Qavariq ko'zgu (Sochuvchi): Sferaning tashqi sirti yorug'likni qaytaradi. U nurlarni sochib yuboradi, natijada hosil bo'lgan tasvir har doim mavhum va kichiklashgan bo'ladi.

Ushbu maqolada geometrik optikaning asosiy tushunchalaridan biri bo'lgan sferik ko'zgular formulasi, ularning egrilik radiuslari va fokuslari orasidagi bog'lanish va chiziqli kattalashtirishi keltirilib chiqarilgan. Shuningdek, sferik ko'zgularda tasvir hosil qilish keltirilib o'tilgan.

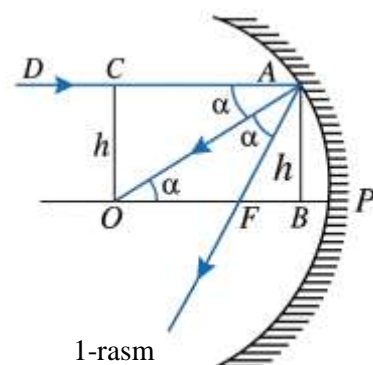
1. Sferik ko'zgularning fokusi va formulasi

Radiusi R bo'lgan sferik sirtning fokus masofasi F va radiusi R orasidagi bog'lanishni aniqlaylik (1-rasm). Buning uchun DA nurni bosh optik o'qqa parallel tushiraylik. Ko'zgudan qaytgan AF nur fokus orqali o'tadi. Tushuvchi DA nur AO radius bilan α burchak tashkil etadi. Qaytish burchagi $\angle OAF$ tushish burchagi $\angle OAF$ ga teng bo'lib ularni α bilan belgilaylik. DA nur bosh optik o'q OP ga parallel bo'lgani uchun ularni kesuvchi AO chiziqdan hosil bo'luvchi burchak $\angle AOF$ ham α ga teng bo'ladi. U holda $\triangle OAF$ uchburchak teng yonli bo'lib, $FO=AF$ bo'ladi. Burchak $\angle AFB$ uchburchak $\triangle OAF$ ning tashqu burchagi bo'lgani uchun uning qiymati 2α ga teng bo'ladi. Quyidagi belgilashlar kiritaylik:

$$PF=b, OF=a.$$

U holda

$$b=R-a \quad (1.1)$$



1-rasm

ga teng bo'ladi.

ΔOAF uchburchak teng tomonli bo'lganligi uchun

$$R=2a\cos\alpha \quad (1.2)$$

Ifodani yozish mumkin. To'g'ri burchakli uchburchak ΔAOC dan

$$\sin\alpha=h/R \quad (1.3)$$

kelib chiqadi (1-rasm).

$\cos\alpha$ ni $\sin\alpha$ orqali ifodalab (1.3) ifodani (1.2) ifodaga qo'yib va undan a ni topib (1.1) ifodaga qo'ysak quyidagini olamiz:

$$b=R-2\cos\alpha = \frac{R}{2} \left(2 - \frac{1}{\sqrt{1 - (h/R)^2}} \right). \quad (1.4)$$

Paraksial nurlar uchun $h/R \ll 1$ munosabat o'rinli bo'lganligi uchun (1.4) ifodadagi h/R kattalikni hisobga olmasak ham bo'ladi. Natijada

$$b = \frac{R}{2} (2-1) = \frac{R}{2} \quad (1.5)$$

ifoda o'rinli bo'ladi. Shunday qilib F nuqta bosh optik o'qda yotib, OP radiusni ikkita bir xil bo'lakka bo'lar ekan. Demak fokus masofasi

$$F=R/2 \quad (1.6)$$

bo'lar ekan.

Huddi shunday usul bilan qavariq sferik ko'zguning fokusi ko'zgodan tashqarida bosh optik o'qda yotganini va fokus masofasi radiusning yarmiga tengligini isbotlash mumkin. Qavariq ko'zguning fokus masofasini manfiy deb hisoblash qabul qilingan (chunki qavariq ko'zguning fokusi mavhumdir), ya'ni

$$F=-R/2. \quad (1.7)$$

2. Ko'zgu formulasini keltirib chiqarish

Sferik ko'zgu yordamida buyum tasvirini hosil qilishda, buyum tasviri qayerda joylashganligi, uning o'lchamining qandayligi, hosil bo'luvchi tasvir haqiqiy yoki mavhumligi, to'g'ri yoki teskariligi haqidagi savollarga javob olish lozim. Avval soddaroq holni ko'rib chiqaylik. Buning uchun bosh optik o'qda joylashgan A nuqtaviy manbaning tasvirini ko'rib chiqaylik (2-rasm).

Tasvir hosil qilish uchun S nuqtaviy manbadan chiquvchi 1 va 2 nurlar yetarli bo'ladi. S nuqtadan chiquvchi 1-nur ko'zguning P qutbidan qaytib 1' yo'nalishda orqa tomonga harakatlanadi. S nuqtaviy manbadan chiqqan 2-nur esa ko'zguning biror A nuqtasiga tushadi. Undan qaytgan 2' nurning yo'nalishini aniqlash uchun A nuqtaga urinma o'tkazish kerak va ushbu urinmaning A nuqtasiga OA perpendikulyar tushurish kerak (2-rasm). Bu OA urinma sfera radiusi R bilan ustma-ust tushadi. Tushish burchagi α soat milining yo'nalishiga mos keladi.

Qaytish burchagi ham α ga teng bo'lib soat milining yo'nalishiga teskari yo'nalgan. Qaytgan 2' nur 1' nur bilan S_1 nuqtada kesishadi. Shunday qilib S_1 nuqta S nuqtaviy manba'ning tasviri bo'ladi. Bu yerga birinchi nur $SP+PS_1$ masofani bosib, ikkinchi nur $SA+AS_1$ masofani bosib keladi. Bu masofalarni boshish uchun bir xil vaqtda ketadi. Hisob-kitoblarni amalga oshirish uchun quyidagi belgilashlar kiritamiz:

$$SP=a, S_1P=b, SA=c, S_1A=d. \quad (2.1)$$

Natijada quyidagi tenglik hosil qilishimiz mumkin.

$$a+b=c+d. \quad (2.2)$$

$\Delta SAB, \Delta OAB$ va ΔS_1AB uchburchaklardan foydalanib va

$$OA=OP=R, BP=x, AB=h \quad (2.3)$$

belgilashlar kiritib quyidagi tenglamalar sistemasini hosil qilamiz ($x \ll a, b, c; a \approx c, b \approx c$):

$$h^2=c^2-(a-x)^2 \approx (c-a+x) \cdot 2a,$$

$$h^2=R^2-(R-x)^2 \approx 2Rx, \quad (2.4)$$

$$h^2=d^2-(b-x)^2 \approx (d-b+x) \cdot 2b.$$

(2.4) tenglamalar sistemasining birinchi va uchinchi tenglamalarini qo'shib quyidagini olamiz:

$$\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} = c+d-(a+b)+2x. \quad (2.5)$$

(2.5) ifodadagi h^2 ning o'rniga (2.4) sistemasining ikkinchi ifodasini qo'yib quyidagini hosil qilamiz:

$$2Rx \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right) = c+d-(a+b)+2x. \quad (2.6)$$

(2.2) ifodani hisobga olsak (2.6) ifoda

$$2Rx \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \right) = 2x. \quad (2.7)$$

ko'rinishga keladi.

Qisqartirishlardan so'ng

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \frac{2}{R} \quad (2.8)$$

ifodani hosil qilamiz. Agar $F=R/2$ ekanligini hisobga olsak (2.8) ifodani quyidagicha yozsak bo'ladi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}. \quad (2.9)$$

(2.9) ifoda sferik ko'zgu ifodasidir. Unda uchta kattalik, ya'ni buyum va uning tasviri vaziyatlari, hamda fokus masofasi uzviy bog'langan. a va b larning qiymatlari musbat bo'lsa tasvir haqiqiy bo'ladi.

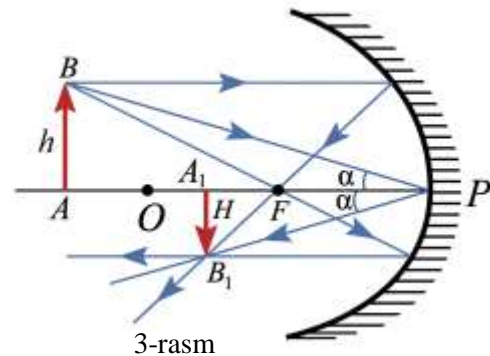
Agar ko'zgu qavariq bo'lsa (2.9) ifoda quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}. \quad (2.10)$$

Bunda a qiymati musbat va b manfiy qiymati bo'ladi va tasvir *mavhum* bo'ladi.

3. Ko'zguning chiziqli kattalashtirishi

Buyumni ko'zgudan $AP=a$ masofada bosh optik o'qqa perpendikulyar qilib joylashtiramiz (3-rasm). Buyumning balandligini h ga teng deb olamiz. Buyumning A uchidan ko'zguning P qutubiga nur yo'naltiramiz. Bu nur ko'zguga α burchak ostida tushib undan qaytish qonuniga asosan huddi shunday α burchakda qaytadi. Shuningdek buyumning A uchidan bosh optik



o'q OP ga parallel bo'lgan nur yuboramiz. Bu nur ko'zgudan qaytib F fokusdan o'tadi va birinchi nur bilan keshishadi. Kesishish nuqtasida A nuqtaning tasviri A_1 hosil bo'ladi. Huddi shunday buyumning B nuqtanining B_1 tasvirini hosil qilamiz. Hosil bo'lgan nuqtalarni birlashtirsak AB buyumning A_1B_1 tasviri hosil bo'ladi. U P qutbdan $A_1P=b$ masofada joylashadi.

Chizmada ikkita to'g'ri burchakli $\triangle ABP$ va $\triangle A_1B_1P$ uchburchak hosil bo'ladi. Ushbu uchburchaklarning qutubdagi burchaklari teng bo'lgani uchun uchburchaklar o'xshash hisoblanadi. O'xshash uchburchaklarning mos tomonlari nisbati o'zaro tengligiga ko'ra, tasvir balandligi h ning buyum balandligi H ga nisbati tasvirdan ko'zgugacha bo'lgan masofa b ning buyumdan ko'zgugacha bo'lgan masofa a ga nisbatiga teng, ya'ni

$$\frac{H}{h} = \frac{b}{a}, \quad (3.1)$$

bu yerda h - AB buyumning balandligi, H - AB buyum tasvirining balandligi.

(3.1) formula sferik ko'zguning *chiziqli kattalashtirishi* deb ataladi va u grekcha Γ harfi bilan belgilanadi. U holda (3.1) formulani quyidagicha yozish mumkin bo'ladi

$$\Gamma = \pm \frac{H}{h} = \pm \frac{b}{a}. \quad (3.2)$$

(3.2) formuladagi " \pm " ishora tasvir holatini bildiradi.

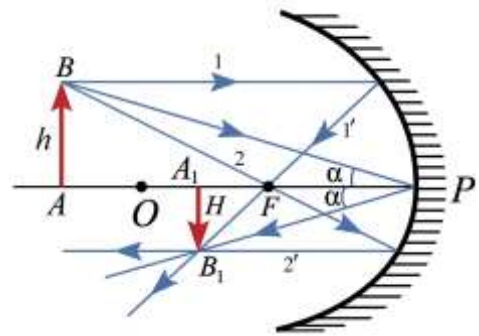
Agar $\Gamma < 0$ bo'lsa tasvir haqiqiy va teskari, agar $\Gamma > 0$ bo'lsa tasvir *mavhum* va to'g'ri bo'ladi.

4. Sferik ko'zguda tasvir hosil qilish

Endi ko'zgularda tasvir qanday hosil bo'lishini ko'rib chiqamiz. Botiq ko'zgu nurlar dastalarini yig'adi, qavariq ko'zgu esa sochadi.

1. Botiq ko'zgu. Botiq ko'zgu yordamida AB buyumning tasvirini hosil qilish uchun buyumning A va B uchlaridan tarqaluvchi ikkita nurlar yetarli (4-rasm).

Buyumning B uchidan chiquvchi 1-nur OP bosh optik o'qqa parallel yo'nalgan va u ko'zgudan qaytib F fokusdan o'tadi. 2-nur buyumning B uchidan chiqib ko'zguning F fokusidan o'tib, ko'zgudan qaytadi. Qaytgan 2'-



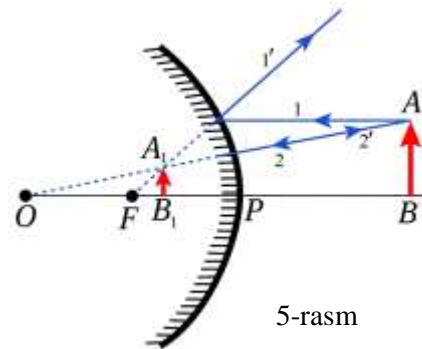
4-rasm

nur OP bosh optik o'qqa parallel yo'naladi va B_1 nuqtada 1'-nur bilan kesishib, B uchining tasvirini hosil qiladi. Huddi shunday ishni buyumning A uchidan chiquvchi ikkita nurlar uchun bajarib, uning A_1 tasviri topiladi.

A_1 va B_1 nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtirib A_1B_1 tasvir hosil qilamiz.

2. Qavariq ko'zgu. Qavariq ko'zgu yordamida AB buyumning tasvirini hosil qilish uchun buyumning A va B uchlaridan tarqaluvchi ikkita nurlar yetarli (5-rasm).

Buyumning A uchidan chiquvchi 1-nur OP bosh optik o'qqa parallel yo'nalgan va u ko'zgudan qaytib sochiladi va uni teskari tomonga davom ettirsak u F fokusdan o'tadi. Buyumning A uchidan chiquvchi 2-nurni ko'zguning markaziga yo'naltirsak u ko'zgudan qaytib avvalgi yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanadi. Agar uni teskari tomonga yo'naltirsak (5-rasmda punktir chiziq), u ko'zguning markazidan o'tadi. Nurlarning davomlarining kesishish nuqtasi A_1 buyumning A uchining tasviridir. Huddi shunday ishni buyumning B uchidan chiquvchi ikkita nurlar uchun bajarib, uning B_1 tasviri topiladi.



5-rasm

A_1 va B_1 nuqtalarni to'g'ri chiziq bilan tutashtirib A_1B_1 tasvir hosil qilamiz.

XULOSA

Sferik ko'zgularda yordamida buyumlarning kattalashgan va kichiklashgan, tog'ri va teskari tasvirini hosil qilish mumkin. Bu esa sferik ko'zgulardan teleskoplarda foydalanish imkoniyatini beradi. Shuning uchun keltirib chiqarilgan formulalar sferik ko'zgularda ishlovchi teleskoplar va boshqa optik qurilmalarni loyihalashda katta ahamiyatga egadir.

Ushbu maqolada sferik ko'zgularning formulasi, ularning egrilik radiusi va fokus masofasi orasidagi bog'lanish formulalari keltirib chiqarilgan. Keltirib chiqarilgan formuladan ko'zgularni o'rganishda, maktab oquvchilarini

olimpiadaga tayyorlashda va oliy ta'lim muassasalari talabalarini fizikaning optika bo'limini o'rganishlarida foydalanish mumkin. Shuningdek o'quv markazlari o'qituvchilari, hamda o'quvchilari ham foydalanishlari maqsadga muvofiq bo'ladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

[1] A.A.Uzoqov, Kh.A.Madramimov. Methodology for calculating the thin lens formula. American Journal of Multidisciplinary Bulletin, 3(4), 101–107. 2025.

[2] A.A.Uzoqov, Sh.Abdullayev, H.Mamatqulova. Methodology for calculating the thin lens formula. American Journal of Education and Technology, 3(4), 291–296. 2025.

[3] A.A.Uzoqov, Kh.A.Madramimov. Methodology for solving problems related to the phenomena of refraction and reflection of light in a thin plate. American Journal of Multidisciplinary Bulletin, 2(5), 251–260. 2024.

[4] A.A.Uzoqov, Kh.A.Madramimov, M.A.Abdumalikova. Methodology for solving problems related to the thin lens formula. American Journal of Education and Learning, 4(1), 500-505. 2026.

[5] Uzoqov A. A., Abdullayev S., Mamatqulova X. Методика расчета формулы тонкой линзы // American Journal of Education and Learning. – 2025. – Т. 3. – №. 4. – С. 291-296.

[6] U.K.Sapaev, D.B.Yusupov, A.A.Sherniyozov, A.A.Uzakov. Theory of backward second-harmonic generation of short laser pulses in periodically and aperiodically poled nonlinear crystals. Journal of Russian Laser Research, 33, 196–210. 2012.

[7] D.B.Yusupov, A.A.Uzakov, U.K.Sapaev, T.B.Usmanov. Phase-modulated pulses at the transient second harmonic generation in periodic nonlinear media. Uzbekistan Journal of Physics, 4. 2002.

[8] D.B.Yusupov, U. K.Sapaev, A.A.Sherniyozov, A. A.Uzoqov. Pulse shaping via forward second harmonic generation in nonlinear photonic crystals. Uzbekiston Fizika Zhurnali, 16. 2014.